

1. Расположим  $2n$  точек на отрезке  $AB$  симметрично относительно середины отрезка. Какие-то  $n$  из них назовем красными, остальные — синими. Докажите, что сумма расстояний от всех красных точек до точки  $A$  равна сумме расстояний от всех синих точек до точки  $B$ .
2. Для попарно различных положительных чисел  $a, b, c$  докажите неравенство

$$\left| \frac{a+b}{a-b} + \frac{b+c}{b-c} + \frac{c+a}{c-a} \right| > 1.$$

3.  $BD$  — биссектриса угла  $B$  треугольника  $ABC$ . Точка  $E$  выбрана так, что  $\angle EAB = \angle ACB$ ,  $AE = DC$ , и при этом отрезок  $ED$  пересекает отрезок  $AB$  в точке  $K$ . Докажите, что  $KE = KD$ .
4. Найти все функции  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  такие, что для всех  $x, y \in \mathbb{R}$  выполняется равенство

$$f(x^2) - f(y^2) = (x + y)(f(x) - f(y)).$$

5. Пусть  $p(n, k)$  — количество делителей числа  $n$ , не меньших чем  $k$ . Найдите значение суммы

$$p(1001, 1) + p(1002, 2) + \dots + p(2000, 1000).$$